

第7章 运输规划

7.1.1 运输优化的含义、内容与作用

1. 运输优化的含义

运输优化，也就是货物运输合理化，是指从货运系统的总体目标出发，运用系统工程、系统理论原理和方法，利用各种运输方式的优点，以运筹学等数量方法建立图表与模型，选择和规划合理的路线和运输工具，选用最少的环节、最短的路径、最快的速度 and 最少的费用，组织好货物的运输活动，避免不合理运输情况和次优化的出现。

7.1.1 运输优化的含义、内容与作用

2. 运输优化的内容

运输优化的内容就是避免不合理运输的出现。由于不合理运输会造成运输费用的增加和运力的浪费，从而使运输费用与服务失衡。从形式上看，不合理运输包括对流运输、过远运输、迂回运输、重复运输、空驶运输、无效运输、运力选择不当等。在实际中，某一项运输是否合理必须在物流系统中做综合判断。若从单一角度看，避免了不合理，做到了合理，但它的合理却可能会使其他环节不合理，即货运各环节的效益背反现象。因此，必须分析其具体情况，从全局的效益和成本进行综合判断。

7.1.1 运输优化的含义、内容与作用

3. 运输优化的作用

- 1) 合理组织货物运输，有利于加速社会再生产的进程，同时可以促进国民经济稳定、持续和协调发展。
 - 2) 运输合理化可以节约运力，缓解运力紧张的状况，还可以节省资源。
 - 3) 合理运输能够缩短运输时间，加快运输速度，从而减少货物的库存量、减少资金的占用。
 - 4) 货物的合理运输可以节约货运费用，降低运输成本。
- 

7.1.2 运输合理化的影响因素

1. 影响运输合理化的内部因素

影响运输合理化的内部因素有很多，主要体现在以下5个方面，称为运输合理化的“五要素”。

- 1) 运输距离。
 - 2) 运输环节。
 - 3) 运输工具。
 - 4) 运输时间。
 - 5) 运输费用。
- 

7.1.2 运输合理化的影响因素

2. 影响运输合理化的外部因素

- 1) 政府。
 - 2) 资源分布状况。
 - 3) 国民经济结构的变化。
 - 4) 运输网络布局的变化。
 - 5) 运输决策者的参与者。
- 

7.1.3 不合理运输的类型

不合理运输是指在组织货物的运输过程中，违反货物运输流通规律，不按经济区域和货物自然流向组织货物调运，忽视运输工具的充分利用和合理分工，装载量低，流转环节多，从而浪费运力和加大运输费用的现象。

目前，我国存在的主要不合理运输形式有以下几种。

- 1.空车或无货载行驶
- 2.对流运输
- 3.迂回运输
- 4.重复运输
- 5.倒流运输
- 6.过远运输
- 7.运力选择不当
- 8.托运方式选择不当

7.1.4 运输合理化的有效措施

1. 提高运输工具的实载率

运输工具的实载率主要有以下两种含义：①单车实际载重与运距的乘积和单车标定载重量与行驶里程的乘积之比。该比率主要用于单车、单船运输时，作为判断装载是否合理的重要指标。②车船的统计指标，即指一定时期内，车船实际完成的货物周转量占车船载重吨位与行驶公里乘积的百分比。

由于提高实载率可以充分利用运输工具的额定能力，减少车船空驶和不满载的时间，减少浪费。所以，我们在实际运输时常采用以下**3种办法来提高车船实载率**。

- 1) 实行轻重配装。
- 2) 实行商品解体装载。
- 3) 改进商品的堆码方法。

7.1.4 运输合理化的有效措施

2. 减少动力投入、增加运输能力

减少动力投入、增加运输能力的具体做法如下：

- 1) “满载超轴”法。
- 2) 水路运输拖排和拖带法。
- 3) 顶推法。
- 4) 汽车挂车。

7.1.4 运输合理化的有效措施

3. 发展社会化的运输体系

运输社会化的含义是发展运输的大生产优势，实现专业化分工，打破一家一户的自成运输体系的状况。

4. 开展中短距离的运输体系

这种运输合理化主要表现在两个方面：①对于比较紧张的铁路运输，用公路分流后，可以得到一定程度的缓解，从而加大这一区段的运输通过能力；②充分利用公路“从门到门”和在中途运输中速度快且灵活机动的优势，实现铁路运输服务难以达到的水平。

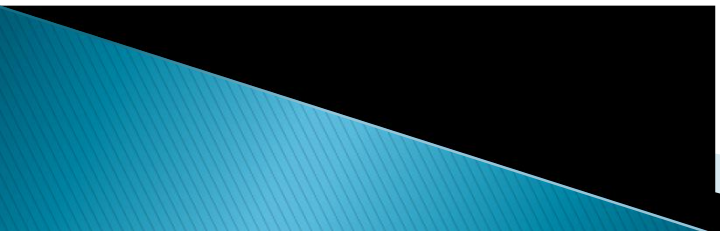
7.1.4 运输合理化的有效措施

5. 直达直线运输

直达运输是指通过避免卸载换装等中转环节，把货物从产地或起运地直接运到销地或用地的运输。直线运输是指按照货物的合理流向，选择最短的路线，避免迂回、倒流等不合理现象发生的运输。

6. 配载运输

配载运输是充分利用运输工具载重量和容积，合理安排装载货物及载运方法以求得合理化的一种运输方式。



7.1.4 运输合理化的有效措施

7. “四就”直拨运输

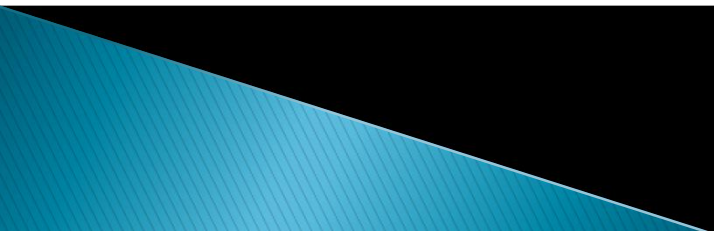
“四就”直拨是指就厂直拨，就车站、码头直拨，就库直拨，就车、船过载直拨。

8. 发展特殊运输技术和运输工具

依靠科技进步是运输合理化的重要途径。

9. 通过流通加工，使运输合理化

有不少产品，由于产品本身形态及特性问题，很难实现运输的合理化，如果进行适当加工，就能够有效解决合理运输问题。



7.2 运输规划的主要方法

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

多点间运输问题是指有起始点或目的点不唯一的运输调配问题。这类问题是运筹学中的运输问题，可以利用表上作业法进行求解。在实际运输过程中，供需平衡的单纯的直达供货方式比较少见，更多的运输系统具有中转的、有特殊调运要求的、不平衡的运输等特点。在这一节中，**多个起讫点的线路规划问题分为两种**：①产销平衡的运输问题；②产销不平衡的运输问题。一般的运输问题就是解决如何把某种产品从若干个产地调运到若干个销地，在每个产地的供应量和每个销地的需求量已知，并知道各地之间的运输单价的前提下，如何确定一个使得总的运输费用最小的方案。

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

平衡运输问题的条件如下。

- 1) 明确出发地（产地）、目的地（销地）、供应量（产量）、需求量（销量）和单位成本。
- 2) 需求假设：每一个出发地都有一个固定的供应量，所有的供应量都必须配送到目的地。与之类似，每一个目的地都有一个固定的需求量，整个需求量都必须由出发地满足，即“总供应=总需求”。
- 3) 成本假设：从任何一个出发地到任何一个目的地的货物配送成本与所配送的数量成线性比例关系。因此，成本就等于配送的单位成本乘以所配送的数量（目标函数是线性的）。

假设 $A_1, A_2, \dots, A_m$ 表示某物资 m 个产地； $B_1, B_2, \dots, B_n$ 表示某物资的 n 个销地； a_i 表示产地 A_i 的产量； b_j 表示销地 B_j 的销量； c_{ij} 表示把物资从产地 A_i 运往销地 B_j 的单位运价， x_{ij} 表示从 A_i 到 B_j 的运量， $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$ ，如图7-2所示。

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

表 7-1 运输问题数据表

产地 \ 销地	B_1	B_2	$\dots$	B_n	产量
A_1	C_{11}	C_{12}	$\dots$	C_{1n}	S_1
A_2	C_{21}	C_{22}	$\dots$	C_{2n}	S_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_m	C_{m1}	C_{m2}	$\dots$	C_{mn}	S_m
销量	d_1	d_2	$\dots$	d_n	—

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

表 7-2 运输问题变量表

产地 \ 销地	B ₁	B ₂	...	B _n	产量
A ₁	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}	S_1
A ₂	x_{21}	x_{22}	...	x_{2n}	S_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A _m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mn}	S_m
销量	d_1	d_2	...	d_n	—

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

若用 f 表示总运输费用，则多个起讫点的运输线路规划问题的数学模型为：

$$\begin{aligned} \min f &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq S_i & (i=1, 2, \dots, m) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq (\geq, =) d_j & (j=1, 2, \dots, n) \\ x_{ij} \geq 0 & (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n) \end{cases} \end{aligned}$$

前 m 个为产量约束，后 n 个为销量约束。

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

1. 产销平衡的运输问题

在上述模型中, 如果 $\sum_{i=1}^m S_i = \sum_{j=1}^n d_j$

则称该运输问题为产销平衡的运输问题; 否则, 称为产销不平衡的运输问题。

平衡的运输问题的约束条件为:

$$\begin{aligned} \min f &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = S_i & (i=1, 2, \dots, m) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j & (j=1, 2, \dots, n) \end{cases} \\ &x_{ij} \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

【例7-1】某公司有3个加工厂A1、A2、A3生产某产品，每日的产量分别为7吨、4吨、9吨；该公司把这些产品分别运往4个销售点B1、B2、B3、B4，各销售点每日销量分别为3吨、6吨、5吨、6吨，从各工厂到各销售点的单位产品运价如表7-3所示，则该公司应如何调运这些产品才能在满足各销售点的需要量的前提下使总运费最少？

解：首先，3个产地A1、A2、A3的总产量为20吨（7+4+9）；4个销地B1、B2、B3、B4的总销量为20吨（3+6+5+6）。由于总产量等于总销量，故该问题是一个产销平衡的多起讫点运输线路规划问题。

第一步，建立数学模型。

1) 决策变量。设 x_{ij} 为从产地 A_i 运往销地 B_j 的运输量（ $i=1,2,3$ ； $j=1,2,3,4$ ），得到如表7-4所示的运输问题变量表。

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

表7-3 各工厂到各销售点的单位产品运价 单位：元/吨

销售点 加工厂	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量/吨
A ₁	3	11	3	10	7
A ₂	1	9	2	8	4
A ₃	7	4	10	5	9
销量/吨	3	6	5	6	—

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

表7-4 运输变量表

产地 \ 销地	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量/吨
A ₁	x ₁₁	x ₁₂	x ₁₃	x ₁₄	7
A ₂	x ₂₁	x ₂₂	x ₂₃	x ₂₄	4
A ₃	x ₃₁	x ₃₂	x ₃₃	x ₃₄	9
销量/吨	3	6	5	6	20 (产销平衡)

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

2) 目标函数。本问题的目标是使总运输最小，即

$$\min f = 3x_{11} + 11x_{12} + 3x_{13} + 10x_{14} + x_{21} + 9x_{22} + 2x_{23} + 8x_{24} + 7x_{31} + 4x_{32} + 10x_{33} + 5x_{34}$$

3) 约束条件。根据表7-4可得出此问题的约束条件。

① 满足产地产量（3个产地的物品都要全部配送出去）：

产地A1： $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 7$

产地A2： $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 4$

产地A3： $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 9$

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

② 满足销地销量（4个销地的物品都要全部得到满足）：

销地B1： $x_{11} + x_{21} + x_{31} = 3$

销地B2： $x_{12} + x_{22} + x_{32} = 6$

销地B3： $x_{13} + x_{23} + x_{33} = 5$

销地B4： $x_{14} + x_{24} + x_{34} = 6$

③ 非负： $x_{ij} \geq 0 (i=1,2,3; j=1,2,3,4)$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 7 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 4 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 9 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 3 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 6 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 5 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 6 \\ x_{ij} \geq 0 (i=1,2,3; j=1,2,3,4) \end{cases}$$

所以该平衡运输问题的线性规划模型如下：

$$\min f = 3x_{11} + 11x_{12} + 3x_{13} + 10x_{14} + x_{21} + 9x_{22} + 2x_{23} + 8x_{24} + 7x_{31} + 4x_{32} + 10x_{33} + 5x_{34}$$

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

一般采用表上作业法来解运输问题，但本节以Excel为例，利用其规划求解功能，利用单纯形法思想来求解。

第二步，在Excel中输入产销平衡的基础数据，如图7-1所示。各项名称及对应的单元格如图7-2所示。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	例7-1								
2									
3		单位运价	销地B1	销地B2	销地B3	销地B4			
4		产地A1	3	11	3	10			
5		产地A2	1	9	2	8			
6		产地A3	7	4	10	5			
7									
8		运输量	销地B1	销地B2	销地B3	销地B4	实际产量		产量
9		产地A1					=		7
10		产地A2					=		4
11		产地A3					=		9
12		实际销量							
13			=	=	=	=			总费用
14		销量	3	6	5	6			

区域名称	单元格
产量	I9:I11
单位运价	C4:F6
实际产量	G9:G11
实际销量	C12:F12
销量	C14:F14
运输量	C9:F11
总费用	I14

图7-2 各项数据名称及对应的单元格

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

将例7-1中的产量、销量、单位运价输入Excel工作表中，输入后的效果如图7-1所示。在G9单元格输入公式“=SUM(C9:F9)”，按Enter键即可得到产地A1的产量，然后纵向填充至G11单元格；在C12单元格输入公式“=SUM(C9:C11)”，按Enter键即可得到销地B1的销量，然后横向填充至F12单元格。最后在I14单元格输入“=SUMPRODUCT(C4:F6,C9:F11)”，最终结果如图7-3所示。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	例7-1									
2										
3		单位运价	销地B1	销地B2	销地B3	销地B4				
4		产地A1	3	11	3	10				
5		产地A2	1	9	2	8				
6		产地A3	7	4	10	5				
7										
8		运输量	销地B1	销地B2	销地B3	销地B4	实际产量		产量	
9		产地A1					=SUM(C9:F9)	=	7	
10		产地A2					=SUM(C10:F10)	=	4	
11		产地A3					=SUM(C11:F11)	=	9	
12		实际销量	=SUM(C9:C11)	=SUM(D9:D11)	=SUM(E9:E11)	=SUM(F9:F11)				
13			=	=	=	=			总费用	
14		销量	3	6	5	6			=SUMPRODUCT(C4:F6,C9:F11)	

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

第三步，规划求解。选择“工具”→“规划求解”命令，打开“规划求解参数”对话框，如图7-4所示。设置“设置目标单元格”对应的参数为“\$I\$14”，点选“等于”选项中的“最小值”单选按钮，从而为线性规划设置目标函数，并指定最优操作为求最小值。

单击“可变单元格”对应的参数框右侧的折叠对话框按钮，选择区域“\$C\$9:\$F\$11”。即可为线性规划问题指定决策变量。

在“约束”区域，单击“添加”按钮，打开“添加约束”对话框，如图7-5所示。单击“单元格引用位置”对应的参数框右侧的折叠对话框按钮，选择“\$G\$9:\$G\$11”区域。在运算符下拉列表中选择“=”。单击“约束值”对应的参数框右侧的折叠对话框按钮，选择“\$I\$9:\$I\$11”，单击“确定”按钮，从而为线性规划添加产量约束。

为线性规划添加销量约束，具体结果如图7-4所示。

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划



图7-4 规划求解参数设置



图7-5 产量约束设置

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

最后，在“规划求解参数”对话框中单击“选项”按钮，打开“规划求解选项”对话框，如图 7-6 所示。勾选“采用线性模型”及“假定非负”复选框，然后单击“确定”按钮。返回“规划求解参数”对话框，单击“求解”按钮并保存规划求解结果，求解结果如图 7-7 所示。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	例7-1								
2									
3		单位运价	销地B1	销地B2	销地B3	销地B4			
4		产地A1	3	11	3	10			
5		产地A2	1	9	2	8			
6		产地A3	7	4	10	5			
7									
8		运输量	销地B1	销地B2	销地B3	销地B4	实际产量		产量
9		产地A1	2	0	5	0	7	=	7
10		产地A2	1	0	0	3	4	=	4
11		产地A3	0	6	0	3	9	=	9
12		实际销量	3	6	5	6			
13			=	=	=	=			总费用
14		销量	3	6	5	6			85

图7-6

情况

图7-7 求解结果

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

Excel的求解结果为：由产地A1运往销地B1和B3的运输量分别为2吨和5吨，工厂A2运往销地B1和B4的运输量分别为1吨和3吨，工厂A3运往销地B2和B4的运输量分别为6吨和3吨，此时的运输总费用最少，为85元。

需要注意的是，运输问题有这样一种性质（整数解性质），即只要它的供应量和需求量都是整数，任何有可行解的运输问题必然有所有决策变量都是整数的最优解。因此，没有必要加上所有变量都是整数的约束条件。

由于运输量经常以货车、集装箱等单位，如果货车不能装满，就很不经济了。整数解性质就避免了运输量（运输方案）

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

2. 产销不平衡的运输问题

产销不平衡的运输问题可进一步划分为以下两种情况

。

1) 总产量大于总销量: $\sum_{i=1}^m S_i > \sum_{j=1}^n d_j$

这时的数学模型为 $\min f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij}$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq S_i & (i=1, 2, \dots, m) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j & (j=1, 2, \dots, n) \\ x_{ij} \geq 0 & (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

7.2.1 多个起讫点的运输线路规划

2) 总产量小于总销量: $\sum_{i=1}^m S_i < \sum_{j=1}^n d_j$

这时的数学模型为:

$$\min f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^m x_{ij} = S_i & (i = 1, 2, \dots, m) \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} \leq d_j & (j = 1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

$$(i = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, n)$$

7.2.2 运输流量的规划

【例7-4】某公司要从起始点 V_s （发点）运送货物到目的地 V_t （收点），其网络如图7-22所示。图中每条弧（节点 i —节点 j ）旁边的权 C_{ij} 表示这段运输线路的最大通过能力（容量）。要求制订一个运输方案，使得从 V_s 到 V_t 的运物量达到最大，这个问题就是寻求网络系统的最大流问题。

7.2.2 运输流量的规划

解：最大流问题的假设：①网络中所有流起源于一个叫作源的节点（发点），所有的流终止于另一个叫作汇的节点（收点）；②其余的节点叫作转运点；③通过每一条弧的流只允许沿着弧的箭头方向流动；④目标是使得从发点（源）到收点（汇）的总流量最大。

对于例7-4的最大流问题：

1) 决策变量。

设 f_{ij} 为通过弧（节点 i 到节点 j ）的流量。

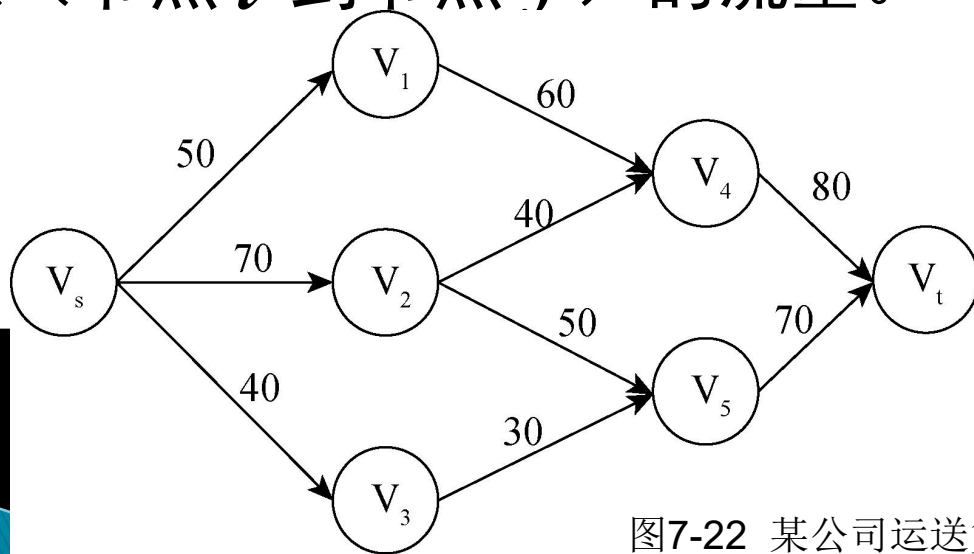


图7-22 某公司运送货物的网络图

7.2.2 运输流量的规划

2) 目标函数。

本问题的目标是从Vs流出的总流量最大，即

$$\max f = f_{V_s \rightarrow V_1} + f_{V_s \rightarrow V_2} + f_{V_s \rightarrow V_3}$$

3) 约束条件（转运点的净流量为0、弧的容量限制、非负）。

① 转运点 V_1 : $f_{V_1 \rightarrow V_4} - f_{V_s \rightarrow V_1} = 0$;

转运点 V_2 : $(f_{V_2 \rightarrow V_4} + f_{V_2 \rightarrow V_5}) - f_{V_s \rightarrow V_2} = 0$;

转运点 V_3 : $f_{V_3 \rightarrow V_5} - f_{V_s \rightarrow V_3} = 0$;

转运点 V_4 : $f_{V_4 \rightarrow V_t} - (f_{V_1 \rightarrow V_4} + f_{V_2 \rightarrow V_4}) = 0$;

转运点 V_5 : $f_{V_5 \rightarrow V_t} - (f_{V_2 \rightarrow V_5} + f_{V_3 \rightarrow V_5}) = 0$ 。

② 弧的容量限制: $f_{ij} \leq c_{ij}$ 。

非负: $f_{ij} \geq 0$ 。

7.2.2 运输流量的规划

得到的数学模型为

$$\max f = f_{V_s \rightarrow V_1} + f_{V_s \rightarrow V_2} + f_{V_s \rightarrow V_3}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} f_{V_1 \rightarrow V_4} - f_{V_s \rightarrow V_1} = 0 \\ (f_{V_2 \rightarrow V_4} + f_{V_2 \rightarrow V_5}) - f_{V_s \rightarrow V_2} = 0 \\ f_{V_3 \rightarrow V_5} - f_{V_s \rightarrow V_3} = 0 \\ f_{V_4 \rightarrow V_t} - (f_{V_1 \rightarrow V_4} + f_{V_2 \rightarrow V_4}) = 0 \\ f_{V_5 \rightarrow V_t} - (f_{V_2 \rightarrow V_5} + f_{V_3 \rightarrow V_5}) = 0 \\ 0 \leq f_{ij} \leq c_{ij} \end{cases}$$

7.2.3 运输方式选择问题

本节主要利用层次分析法说明运输方式选择问题的分析方法。

层次分析法（analytic hierarchy process, AHP）于20世纪70年代由美国运筹学家托马斯·萨蒂（Thomas L. Saaty）提出，是一种定性与定量相结合的决策分析方法，也是决策者对复杂系统的决策思维过程模型化、数量化的过程。

1. 建立递阶层次结构

应用AHP解决实际问题，首先明确要分析决策的问题，并把它条理化、层次化，理出递阶层次结构。AHP要求的递阶层次结构一般由以下3个层次组成：①目标层（最高层），指问题的预定目标；②准则层（中间层），指影响目标实现的准则；③措施层（最低层），指促使目标实现的措施。

7.2.3 运输方式选择问题

2. 构造判断矩阵并赋值

根据递阶层次结构就能很容易地构造判断矩阵。

构造判断矩阵的方法：每一个具有向下隶属关系的元素（被称作准则）作为判断矩阵的第一个元素（位于左上角），隶属于它的各个元素依次排列在其后的第一行和第一列。

填写判断矩阵的一般方法：向填写人（专家）反复询问，针对判断矩阵的准则，其中两个元素两两比较哪个重要，重要多少，并对重要性程度赋值（重要性标度值如表7-10所示）。

7.2.3 运输方式选择问题

表 7-10 重要性标度含义表

重要性标度	含义
1	表示两个元素相比，具有同等重要性
3	表示两个元素相比，前者比后者稍重要
5	表示两个元素相比，前者比后者明显重要
7	表示两个元素相比，前者比后者强烈重要
9	表示两个元素相比，前者比后者极端重要
2, 4, 6, 8	表示上述判断的中间值
倒数	若元素 i 与元素 j 的重要性之比为 a_{ij} ，则元素 j 与元素 i 的重要性之比为 $a_{ji}=1/a_{ij}$

7.2.3 运输方式选择问题

设填写后的判断矩阵为 $A=(a_{ij})_{n \times n}$ ，判断矩阵具有如下性质：① $a_{ij} > 0$ ；② $a_{ji} = 1 / a_{ij}$ ；③ $a_{ii} = 1$ 。

根据上面性质，判断矩阵具有对称性。因此在填写时，通常先填写 $a_{ii} = 1$ 部分，然后判断及填写上三角形或下三角形的 $n(n-1)/2$ 个元素即可。

在特殊情况下，判断矩阵可以具有传递性，即满足等式： $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$ 。

当上式对判断矩阵所有元素都成立时，则称该判断矩阵为一致性矩阵。

判断矩阵表如书P219表7-11～表7-17所示。

7.2.3 运输方式选择问题

3. 层次单排序（计算权向量）与检验

对于专家填写后的判断矩阵，利用一定数学方法进行层次排序。层次单排序是指每一个判断矩阵各因素针对其准则的相对权重，所以本质上是计算权向量。计算权向量有特征根法、和积法、根法、幂法等，这里简要介绍和积法。具体步骤如下：

① 将矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times m}$ 的每一列向量归一化，得：
$$w_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}。$$

② 对 w_{ij} 按行求和，得：
$$W_i = \sum_{j=1}^n w_{ij}。$$

③ 将 W_i 归一化，得：
$$W = \frac{W_i}{\sum_{i=1}^n W_i}，$$
 则有特征向量：
$$W = \begin{pmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_n \end{pmatrix}。$$

$$= \begin{pmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_n \end{pmatrix}$$

对应的最大特征根 $\lambda_{\max}$ 的近似值：

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(AW)_i}{W_i}$$

7.2.3 运输方式选择问题

4. 层次总排序与检验

总排序是指每一个判断矩阵各因素针对目标层（最上层）的相对权重。这一权重的计算采用从上而下的方法，逐层合成。

很明显，第二层的单排序结果就是总排序结果。假定已经算出第 $k-1$ 层 m 个元素相对于总目标的权重

$$\mathbf{w}^{(k-1)} = (w_1^{(k-1)}, w_2^{(k-1)}, \dots, w_m^{(k-1)})^T$$

第 k 层 n 个元素对于上一层（第 $k-1$ 层）第 j 个元素的单排序权重是

$\mathbf{p}_j^{(k)} = (p_{1j}^{(k)}, p_{2j}^{(k)}, \dots, p_{nj}^{(k)})^T$ 其中不受 j 支配的元素的权重为零。令

$\mathbf{p}^{(k)} = (p_1^{(k)}, p_2^{(k)}, \dots, p_n^{(k)})^T$ 表示第 k 层元素对第 $k-1$ 层个元素的排序，则第 k 层元素对于总目标的总排序为

$$y_i^{(k)} = \sum_{j=1}^m \mathbf{p}_{ij}^{(k)} \mathbf{w}_j^{(k-1)}$$

7.2.3 运输方式选择问题

同样，也需要对总排序结果进行一致性检验。

假定已经算出针对第 $k-1$ 层第 j 个元素为准则的 $CI_j(k)$, $RI_j(k)$ 和 $CR_j(k)$, $j=1,2,\dots,m$, 则第 k 层的综合检验指标为

$$CI_j(k) = (CI_1(k), CI_2(k), \dots, CI_m(k)) \quad \mathbf{w}^{(k-1)}$$

$$RI_j(k) = (RI_1(k), RI_2(k), \dots, RI_m(k)) \quad \mathbf{w}^{(k-1)}$$

$$CR^{(k)} = \frac{CI^{(k)}}{RI^{(k)}}$$

当 $CR(k) < 0.1$ 时，认为判断矩阵的整体一致性是可以接受的。

自测题

1. 简述运输优化的含义。
2. 简述影响运输合理化的因素。
3. 不合理的运输类型有哪些？
4. 简述运输合理化的有效措施。